

復習 開水路の流れの分類

時間的变化	空間的变化	
なし 定常流 Steady Flow	なし (定常)等流 Uniform Flow	
	あり (定常)不等流 Non-Uniform Flow	漸変流 Gradually Varied Flow
		急変流 Rapidly Varied Flow
あり 非定常流 Unsteady Flow	なし 非定常等流 Unsteady Uniform Flow	
	あり 非定常不等流 Unsteady Non-uniform Flow	

第5章 開水路の非定常流

基本に戻って... $F = m\alpha$

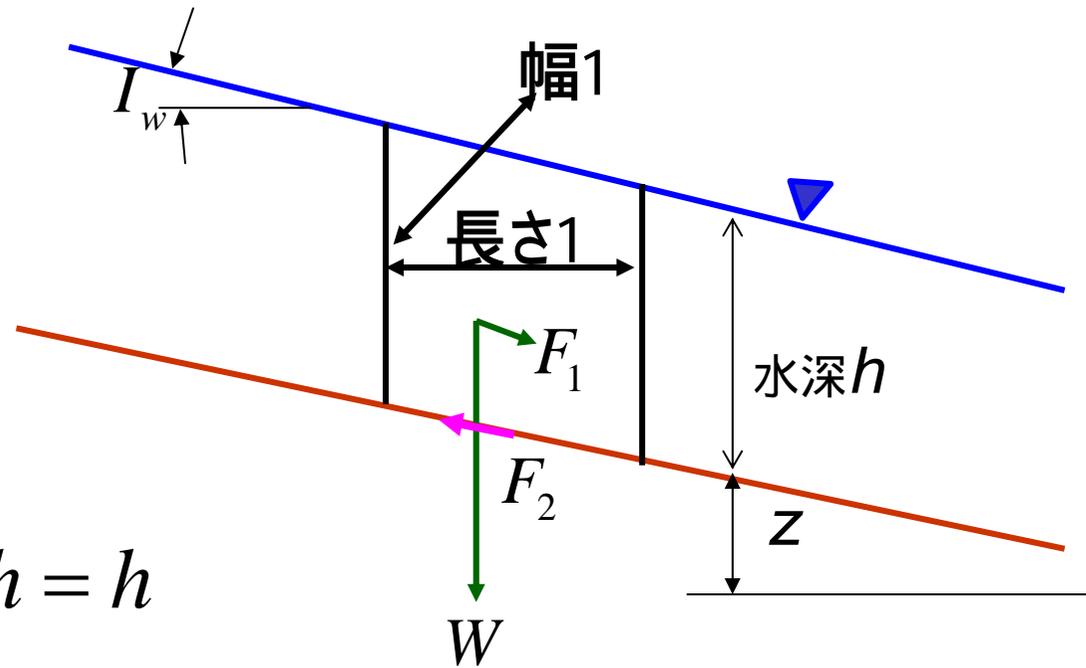
$F =$ 力, $m =$ 質量, and $\alpha =$ 加速度.

$$\alpha = \frac{Dv}{Dt} = \frac{v(x + \Delta x, t + \Delta t) - v(x, t)}{\Delta t}$$
$$= \frac{v + \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial v}{\partial t} \Delta t - v}{\Delta t} = \frac{\frac{\partial v}{\partial x} v \Delta t + \frac{\partial v}{\partial t} \Delta t}{\Delta t}$$

$$= \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x}$$

流体の加速度は $\frac{\partial v}{\partial t}$ だけじゃない。

$$\frac{\partial v}{\partial t}$$



体積 : $V = 1 \times 1 \times h = h$

質量 : $m = \rho h$

重量 : $W = \rho g V = \rho g h$

水塊に働く力 $F_1 = \rho g h I_w = -\rho g h \frac{\partial}{\partial x} (z + h)$

摩擦抵抗 $F_2 = \tau_b \times 1 \times 1 = \tau_b$

$$F = m\alpha$$

$$F_1 - F_2 = m\alpha$$

$$-\rho gh \frac{\partial(z+h)}{\partial x} - \tau = \rho h \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$-g \frac{\partial(z+h)}{\partial x}$$

$$\frac{\tau}{\rho h}$$

不等流と同様に

$$\tau_b = \rho gh I_f$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -i \quad \text{河床勾配}$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial v^2}{\partial x}$$

$$gi - g \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v^2}{2g} \right) - i + \frac{\partial h}{\partial x} + I_f = 0$$

重要

開水路非定常流の運動方程式

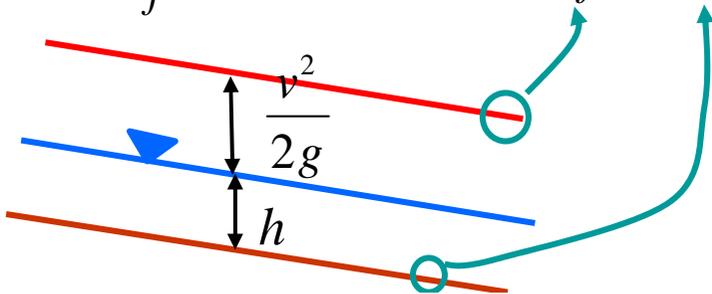
$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v^2}{2g} \right) - i + \frac{\partial h}{\partial x} + I_f = 0$$

時間変化無し、定常 $\frac{\partial}{\partial t} = 0$

$$-i + \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v^2}{2g} \right) + I_f = 0$$

空間変化無し、 $\frac{\partial}{\partial x} = 0$

$$-i + I_f = 0 \quad \longrightarrow \quad I_f = i$$



等流の条件

等流の式
(マンニングの式、ジェジーの式)

eg.) $\rightarrow v = \frac{1}{n} R^{2/3} i^{1/2}$

非定常流の運動方程式

不等流の運動方程式
(漸変流のベルヌイの式)

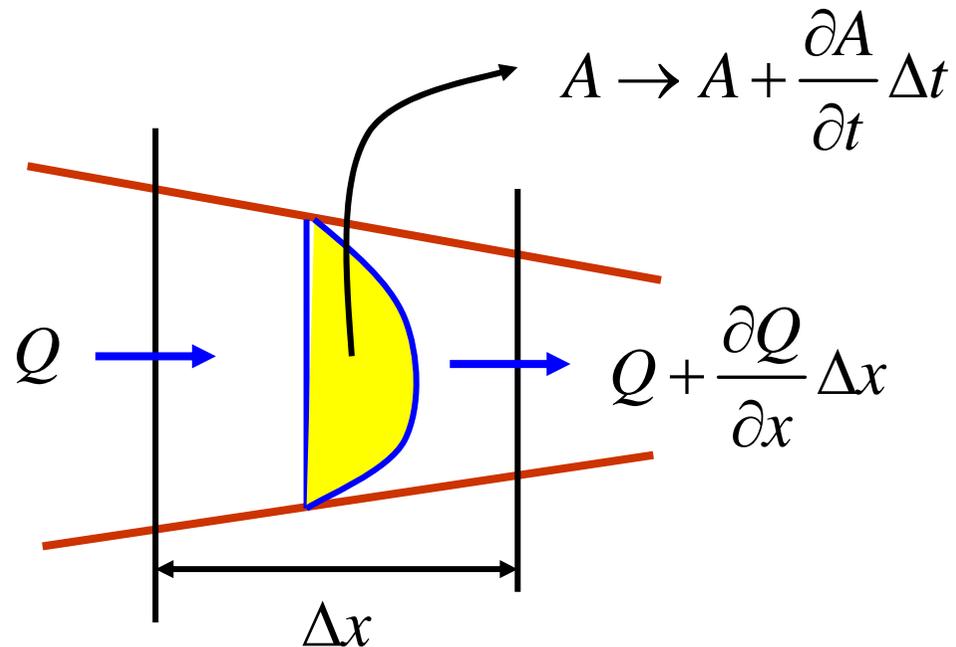
等流の式
(マンニングの式、ジェジーの式)

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v^2}{2g} \right) - i + \frac{\partial h}{\partial x} + I_f = 0$$

Chezy公式では $I_f = \frac{v^2}{C^2 R}$ \rightarrow $\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v^2}{2g} \right) - i + \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{v^2}{C^2 R} = 0$

Manning公式では $I_f = \frac{n^2 v^2}{R^{\frac{4}{3}}}$ \rightarrow $\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v^2}{2g} \right) - i + \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{n^2 v^2}{R^{\frac{4}{3}}} = 0$

非定常流れの連続の式



$$\left\{ Q - \left(Q + \frac{\partial Q}{\partial x} \Delta x \right) \right\} \Delta t = \left(A + \frac{\partial A}{\partial t} \Delta t - A \right) \Delta x$$

$$\therefore \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

重要

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

一様幅の長方形断面では、 $A = Bh$, $Q = Av = Bhv$

$$\frac{\partial A}{\partial t} = B \frac{\partial h}{\partial t}, \quad \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial(Bhv)}{\partial x}$$

より

$$B \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(Bhv)}{\partial x} = 0$$

x方向に幅が変化する場合
の連続式 $\frac{\partial B}{\partial x} \neq 0$

$\frac{\partial B}{\partial x} = 0$ の場合は、

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hv)}{\partial x} = 0$$

または

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0$$

$$\cancel{\frac{\partial A}{\partial t}} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

定常狀態 $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ $\frac{\partial Q}{\partial x} = 0$ $Q = \text{一定}$

$$Q = Av$$

定常状態を考えると...

$$\cancel{\frac{\partial A}{\partial t}} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

$$Q = \text{constant}$$

$$Q = Au$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{2g} \right) + \frac{n^2 u^2}{h^{4/3}} = 0$$

$$\cancel{\frac{\partial u}{\partial t}} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -g \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{gn^2 u |u|}{h^{4/3}}$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{2A^2 g} \right) + \frac{n^2 Q^2}{A^2 h^{4/3}} = 0$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} = -g \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{gn^2 u |u|}{h^{4/3}}$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{2} \frac{\partial u^2}{\partial x}$$

Non-uniform flow equation
in open channel flow
(不等流の式)

非定常の連続式と運動方程式

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v^2}{2g} \right) - i + \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{n^2 v^2}{R^{\frac{4}{3}}} = 0$$

等流や不等流のときのように、このままの形でその特性を議論したり、
解を求めたりするのは難しい

卒業研究や、大学院で。。

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$



連続の式だけを使って運動を表す



Kinematic Wave 理論
キネマティックウェーブ

~~$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v^2}{2g} \right) - i + \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{n^2 v^2}{R^{\frac{4}{3}}} = 0$$~~



擬似等流条件

ただし、ある条件の下ではその特性を調べることができる。

たとえば、 $i > 1/1000$ 比較的急流な河川

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v^2}{2g} \right) + \frac{\partial h}{\partial x} = -i + \frac{n^2 v^2}{R^{\frac{4}{3}}} \approx 0$$

等流の条件

$$v = \frac{1}{n} R^{2/3} i^{1/2}$$

Kinematic Wave 理論

等流の一般的表示は

$$Q = Av = Q(A) \quad A = A(x, t)$$

$\therefore v$ は R の関数であり、 R は A の関数なので

一般的に $F(x, y)$ のとき $\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial F}{\partial y} \frac{dy}{dt}$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\partial A}{\partial t} \frac{dt}{dt} + \frac{\partial A}{\partial x} \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\partial A}{\partial t} + c \frac{\partial A}{\partial x}$$

$$c \equiv \frac{dx}{dt}$$

速度そのもの

一方 連続式

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

比較すると……

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{dQ}{dA} \frac{\partial A}{\partial x} = 0$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\partial A}{\partial t} + c \frac{\partial A}{\partial x} =$$



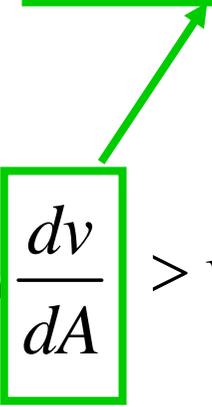
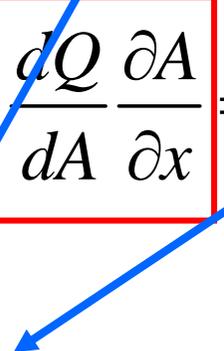
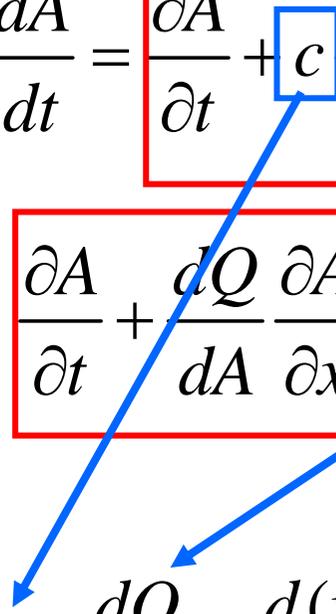
$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{dQ}{dA} \frac{\partial A}{\partial x} = 0$$

$A \rightarrow$ 増加
 $v \rightarrow$ 増加
 ゆえに $\frac{dv}{dA} > 0$

$$c = \frac{dQ}{dA} = \frac{d(vA)}{dA} = v \frac{dA}{dA} + A \frac{dv}{dA} = v + A \frac{dv}{dA} > v$$

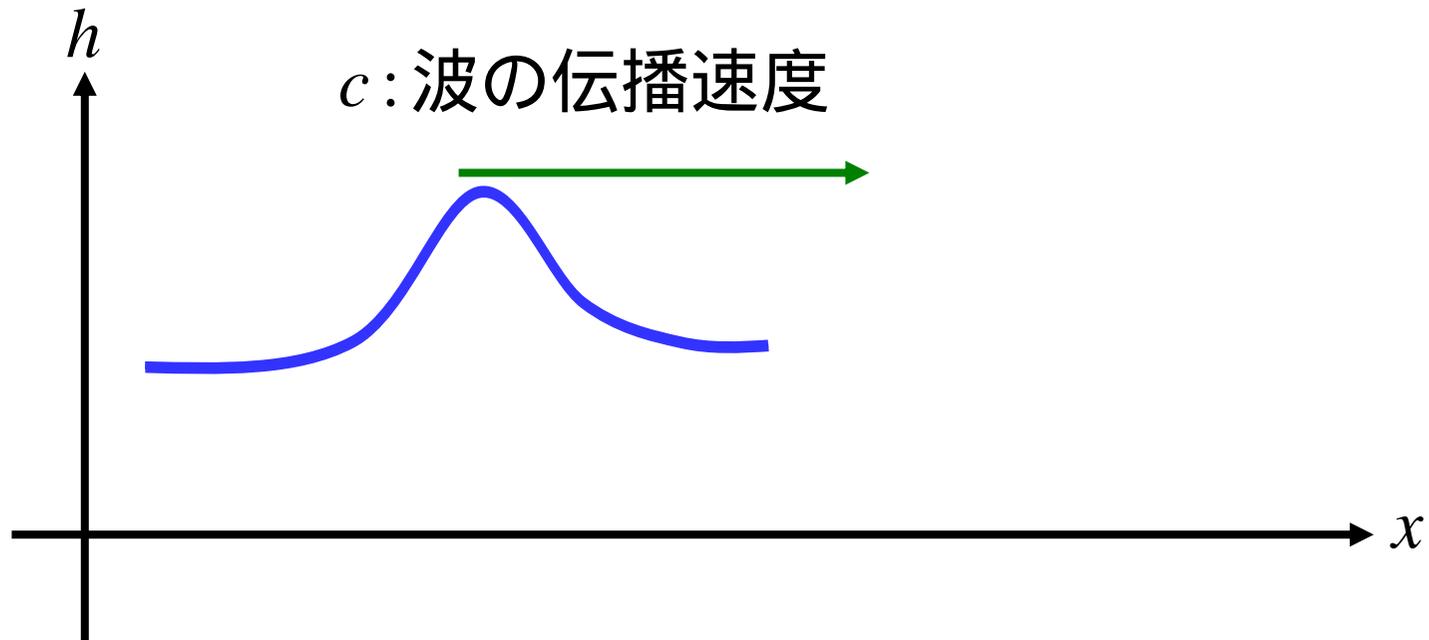
$$\frac{dA}{dt} = 0$$

断面積が変化せずに下流に伝播する。
 (キネマティック型洪水波)



$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{dQ}{dA} \frac{\partial A}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial A}{\partial t} + c \frac{\partial A}{\partial x} = 0$$

Aが一定速度 c で形を保って x 方向に移動する



$$\frac{\partial A}{\partial t} + c \frac{\partial A}{\partial x} = 0$$

代入

$$X = x - ct, \quad T = t \quad \text{という変数変換を行う}$$

速度 c で移動する座標に変換

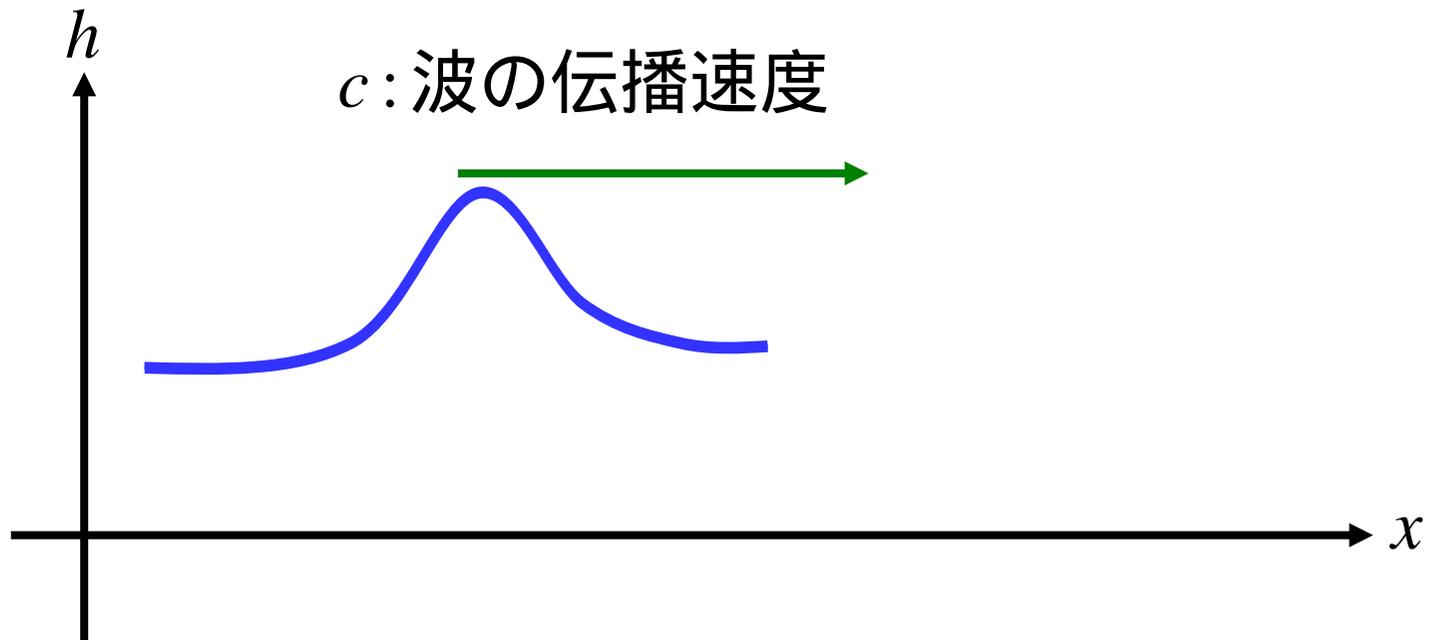
$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial X}{\partial x} \frac{\partial}{\partial X} + \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial}{\partial T}, \quad \frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial X}{\partial t} \frac{\partial}{\partial X} + \frac{\partial T}{\partial t} \frac{\partial}{\partial T}$$

$$\frac{\partial X}{\partial x} = 1, \quad \frac{\partial X}{\partial t} = -c, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial t} = 1$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial X}, \quad \frac{\partial}{\partial t} = -c \frac{\partial}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial T}$$

$$-c \frac{\partial A}{\partial X} + \frac{\partial A}{\partial T} + c \frac{\partial A}{\partial X} = 0 \quad \frac{\partial A}{\partial T} = 0 \quad A = \text{constant}$$

速度 c で移動する座標上では A は一定



$$c = v + A \frac{dv}{dA} > v$$

波の伝播速度は流速より速い

Kleitz(1887), Seddon(1900)の式

広長方形断面・Manningの流速公式を用いると

$$c = v + A \frac{dv}{dA} = v + Bh \frac{d}{dh} \left(\frac{1}{n} h^{2/3} i^{1/2} \right) \frac{dh}{dA}$$

$$A = Bh \quad dA = Bdh \quad \frac{dh}{dA} = \frac{1}{B}$$

$$c = v + Bh \frac{2}{3} h^{-1/3} \frac{1}{n} i^{1/2} \frac{1}{B} = v + \frac{2}{3} \frac{1}{n} h^{2/3} i^{1/2} = v + \frac{2}{3} v = \frac{5}{3} v > v$$

広長方形断面・Chezyの流速公式を用いると

$$c = v + A \frac{dv}{dA} = v + Bh \frac{d}{dh} \left(C \sqrt{hi} \right) \frac{dh}{dA}$$

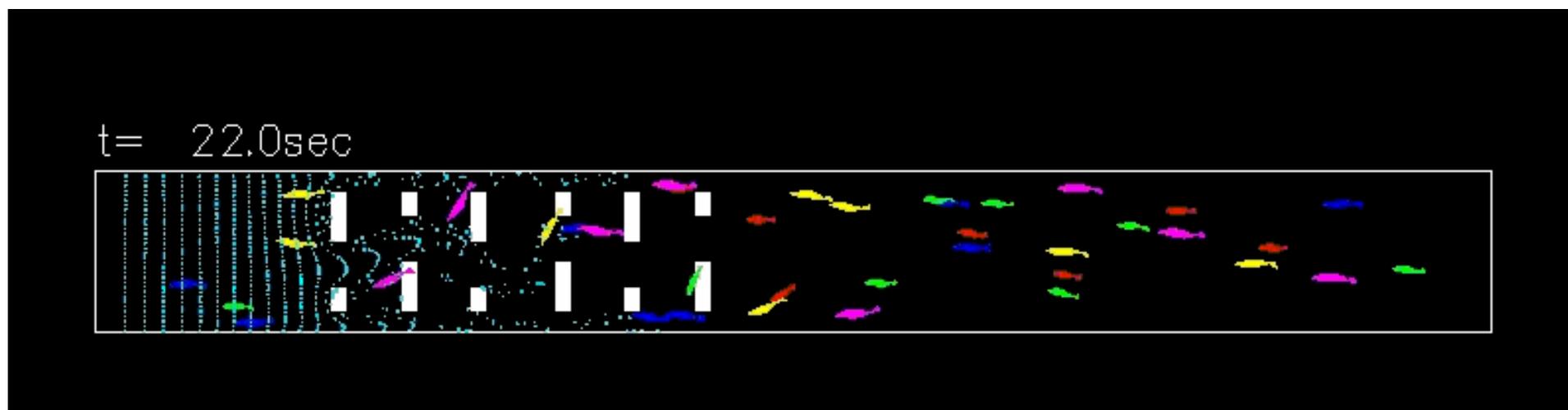
$$A = Bh \quad dA = Bdh \quad \frac{dh}{dA} = \frac{1}{B}$$

$$c = v + Bh \frac{1}{2} h^{-1/2} Ci^{1/2} \frac{1}{B} = v + \frac{1}{2} Ch^{1/2} i^{1/2} = v + \frac{1}{2} v = \frac{3}{2} v > v$$

大学院では、

多次元問題、水 + (土砂、植物、動物、水質。。。)

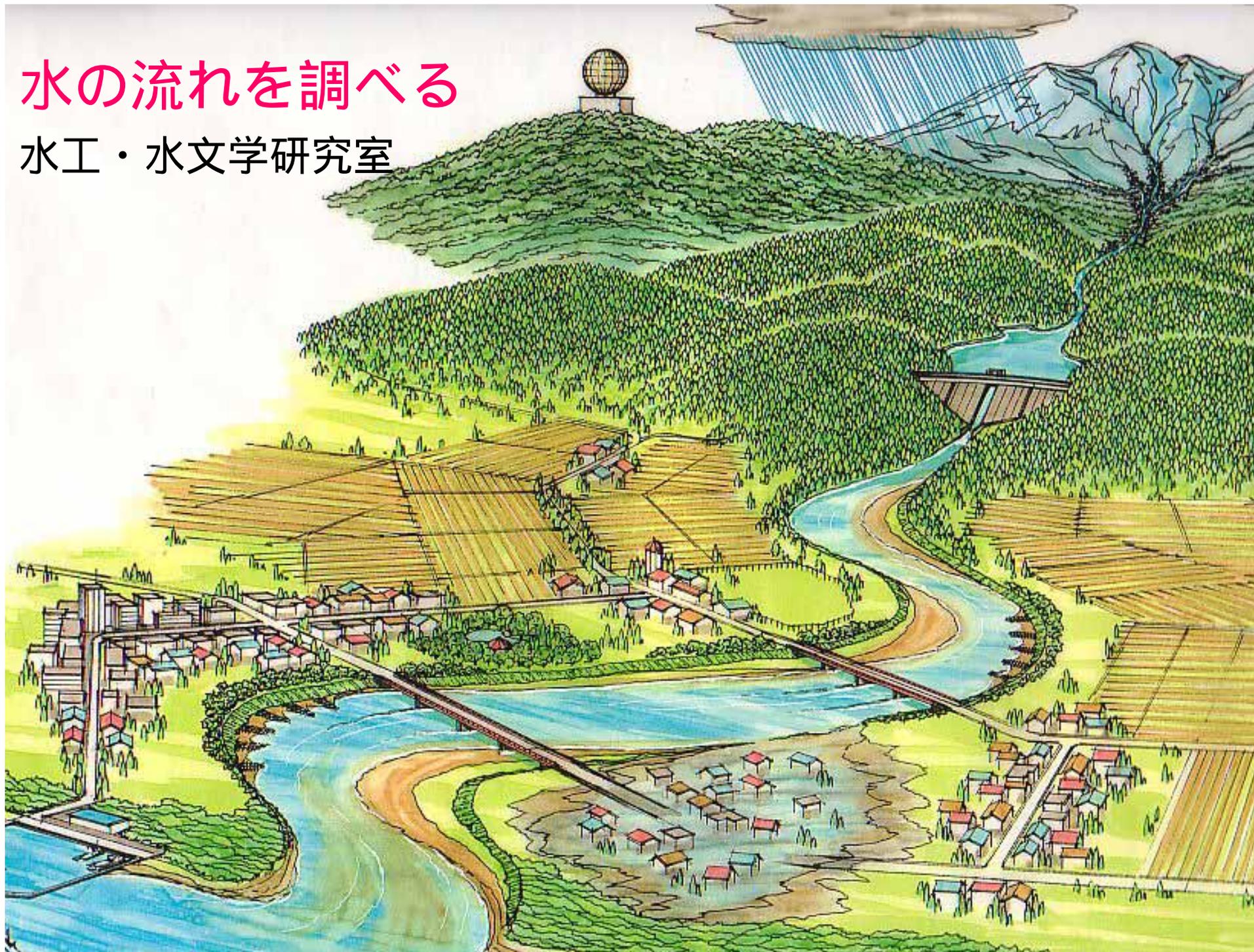
卒論・大学院での研究の紹介



水工・水文学研究室

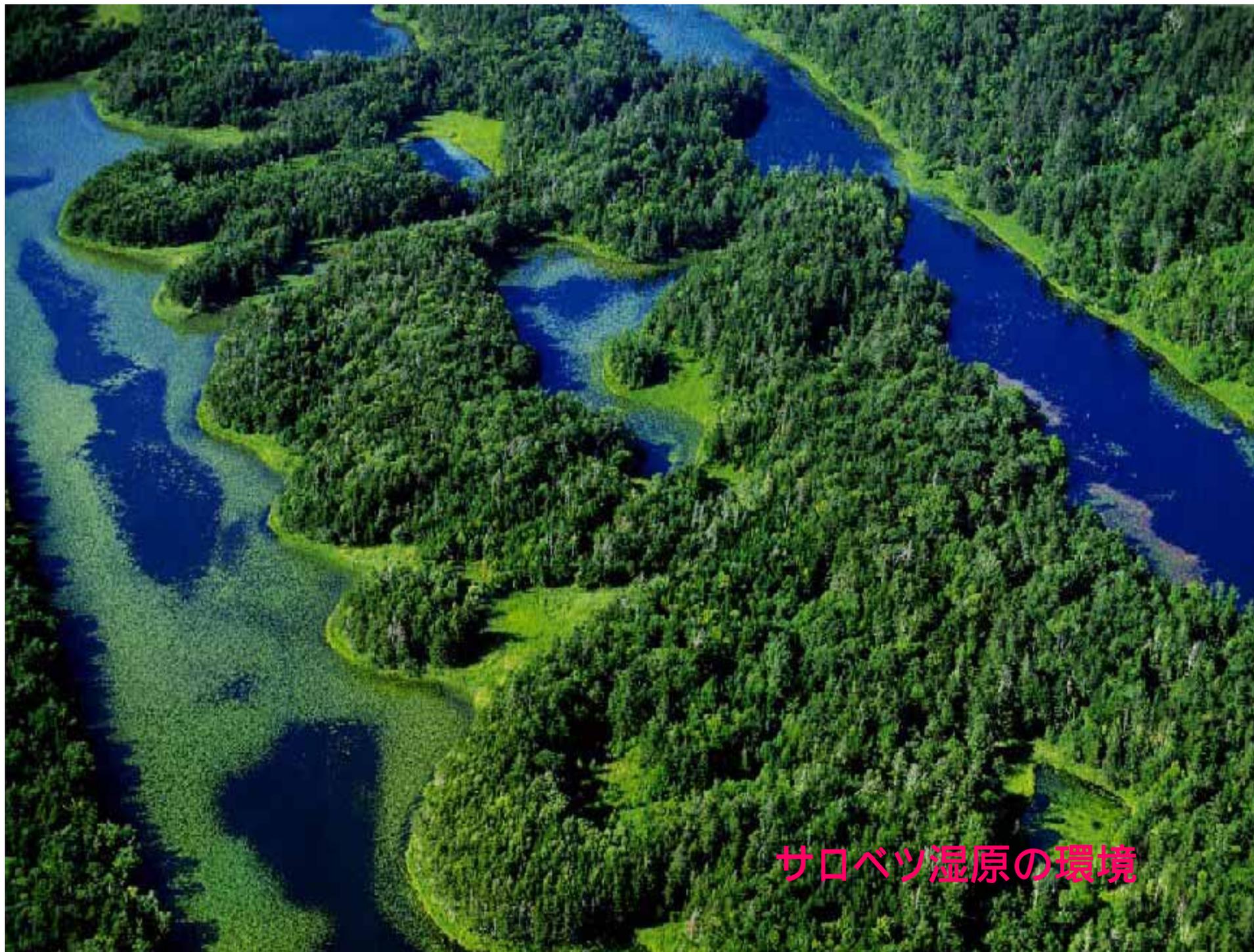
水の流れを調べる

水工・水文学研究室





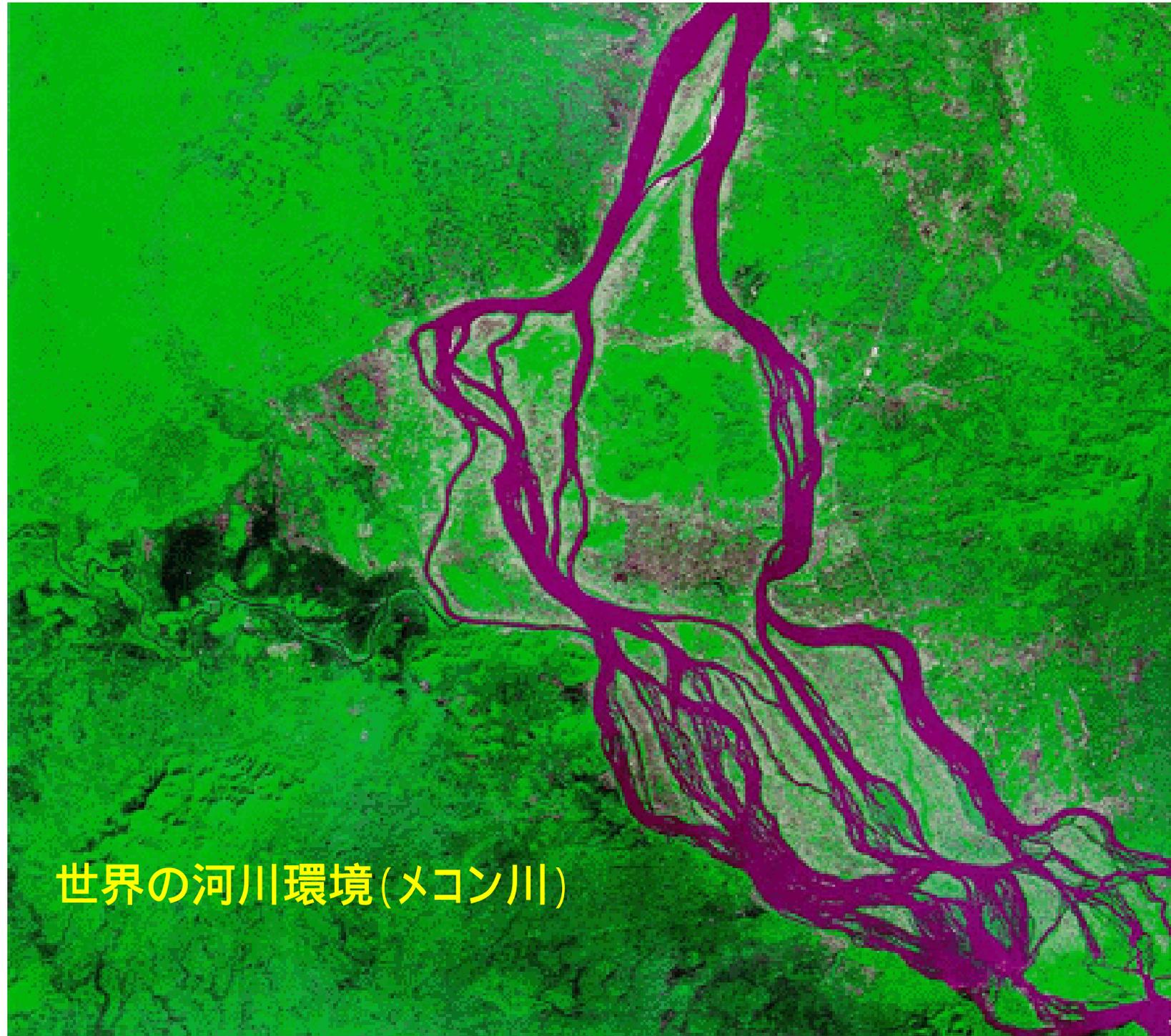
釧路湿原の保全



サロベツ湿原の環境



网状河川



世界の河川環境(メコン川)









洪水災害の防止

厚別川 河口部 の氾濫状況





赤無橋

厚別川 赤無橋下流の氾濫状況







ミューグリッツ川(ドイツ)(2002年8月13日)



ミューグリッツ川の出水



HW-Situation an der Elbe bei Dres



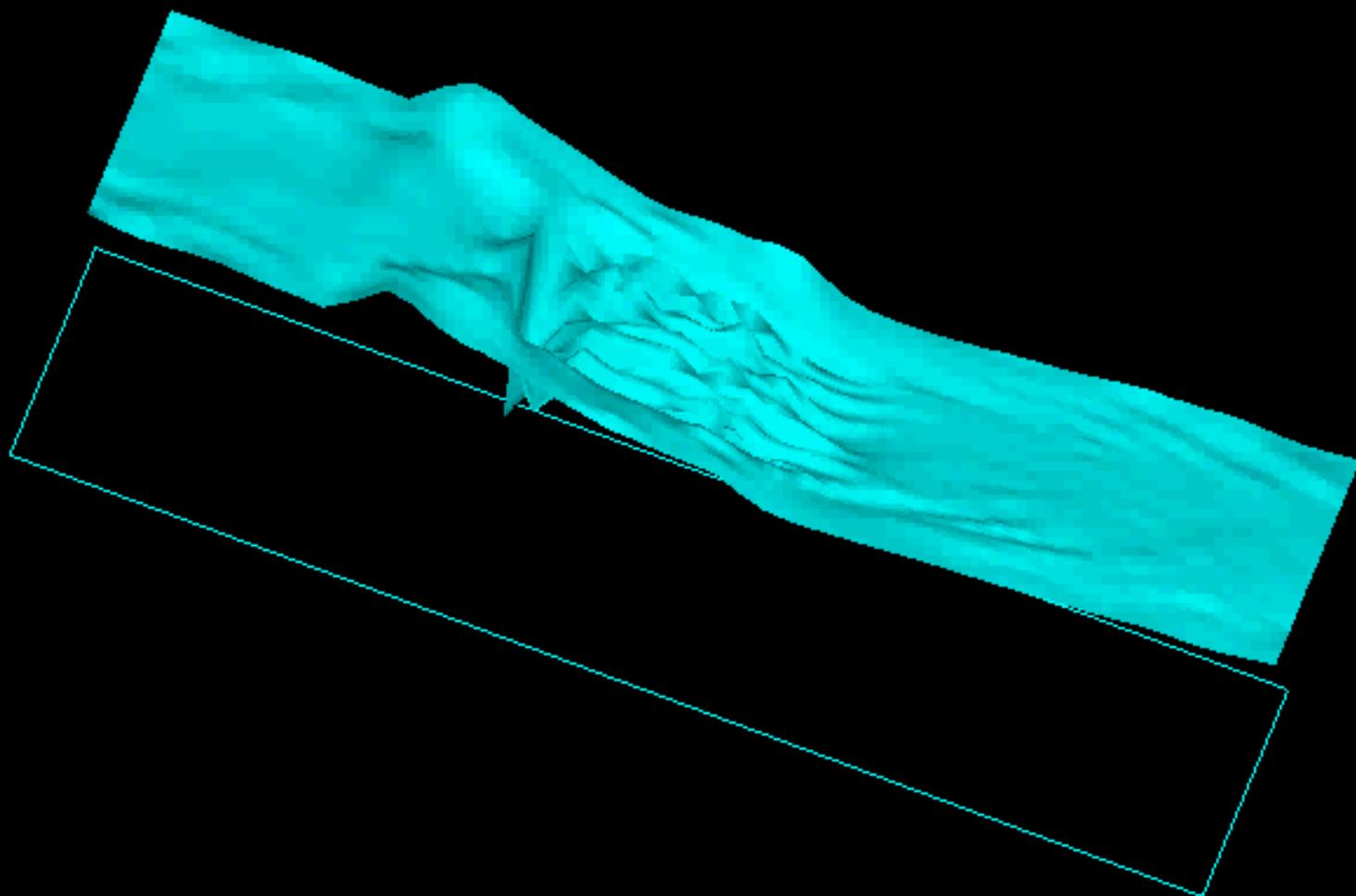


急流都市河川の環境

Flood of Aug. 5, 1981



20.500360





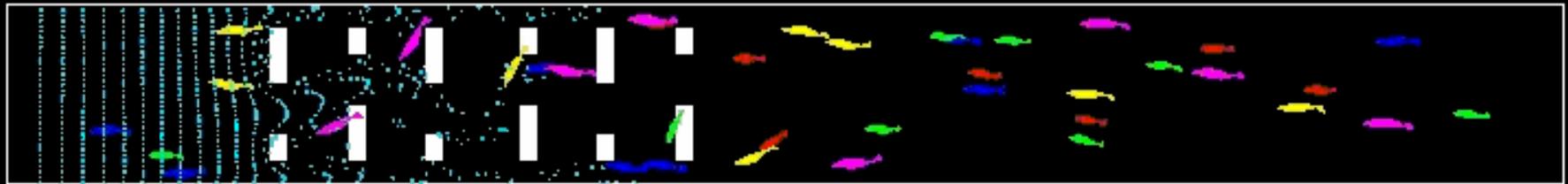


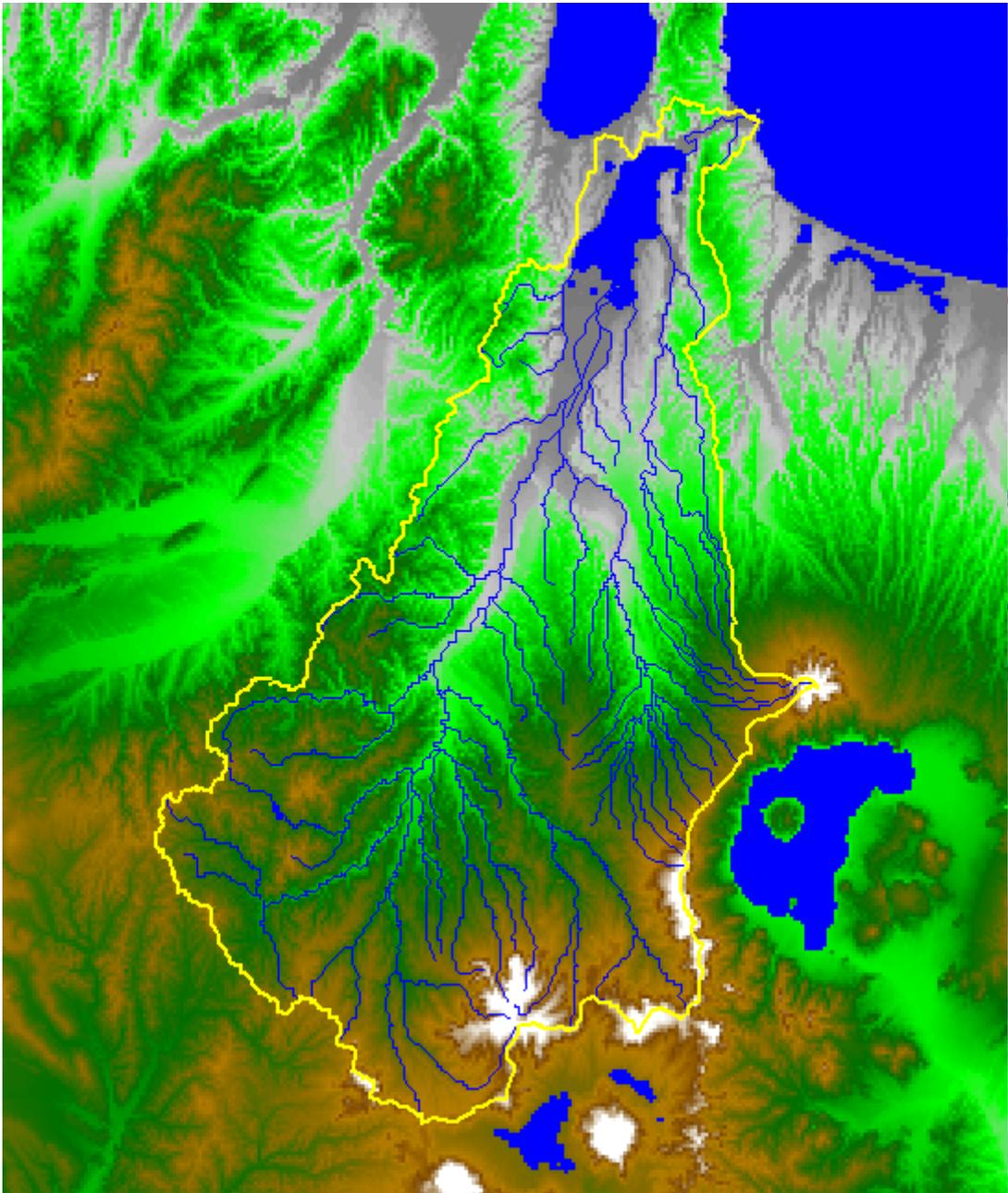
Flow and Vorticity around a Fish

.0sec



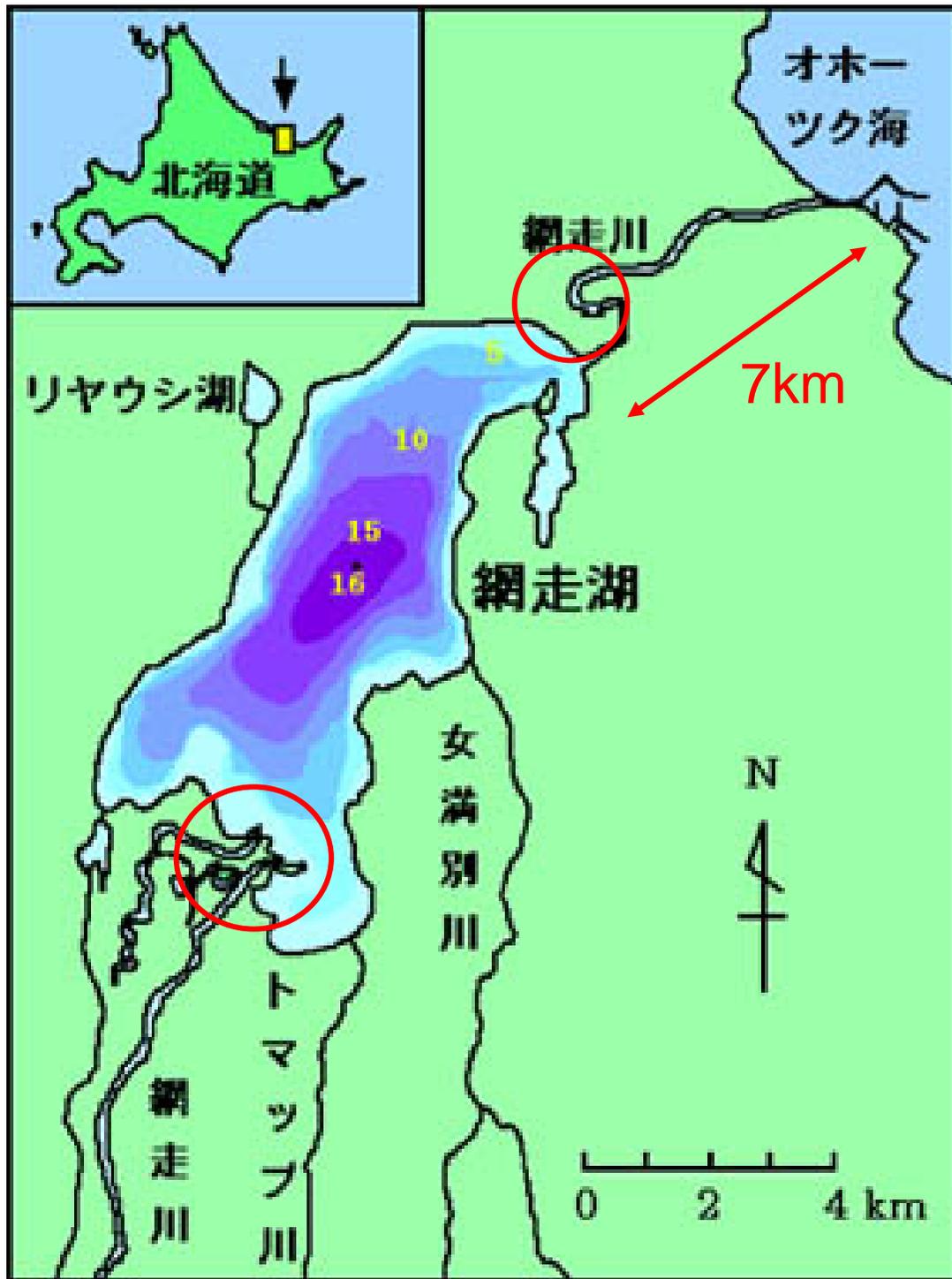
t= 22.0sec



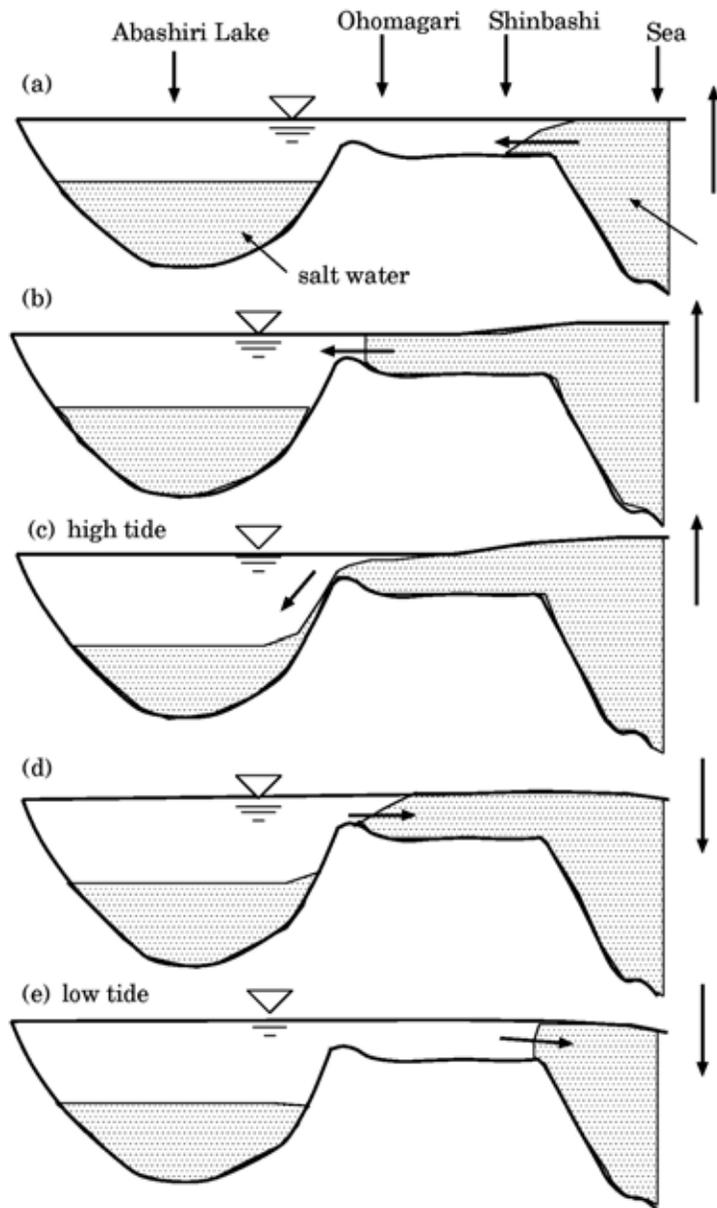


Abashiri River
 $L=115\text{km}$
 $A=1,380\text{km}^2$

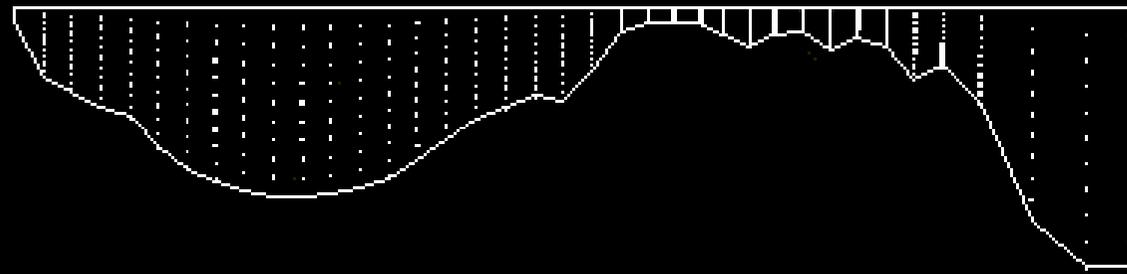




Area: 32.9km²
Max. Depth: 16.8m

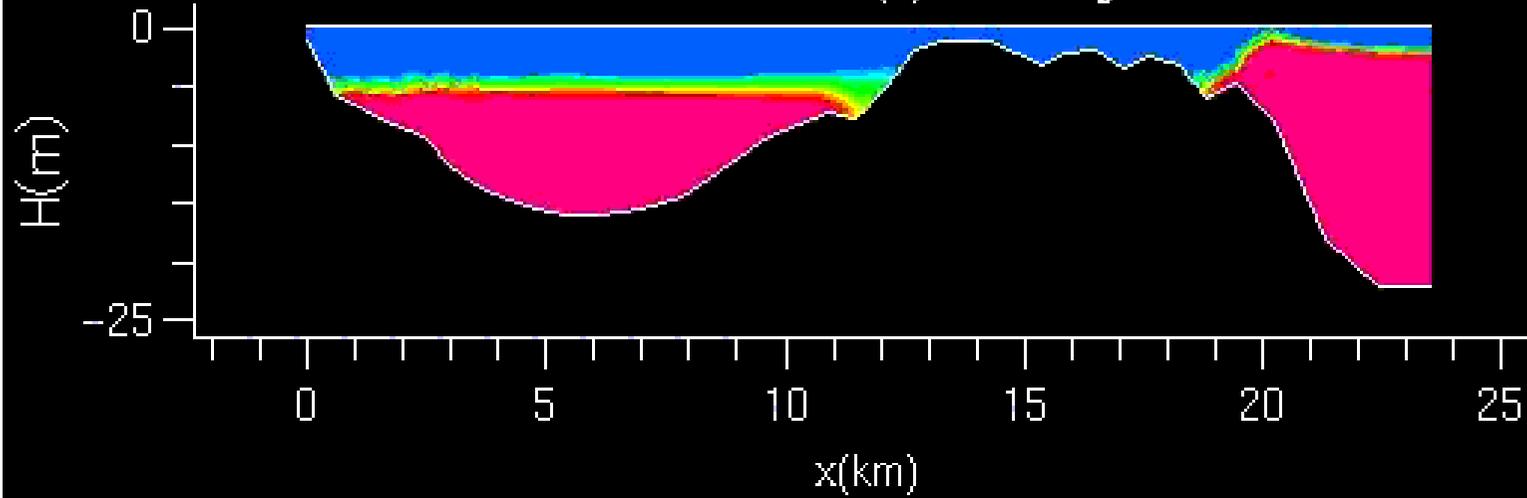


(b) Velocity Vector



time = 15.8(hour)
 $U_{max} = 0.4692(m/s)$
 $Q_{inp} = 0.0(m^3/s)$
 $H = 0.11(m)$

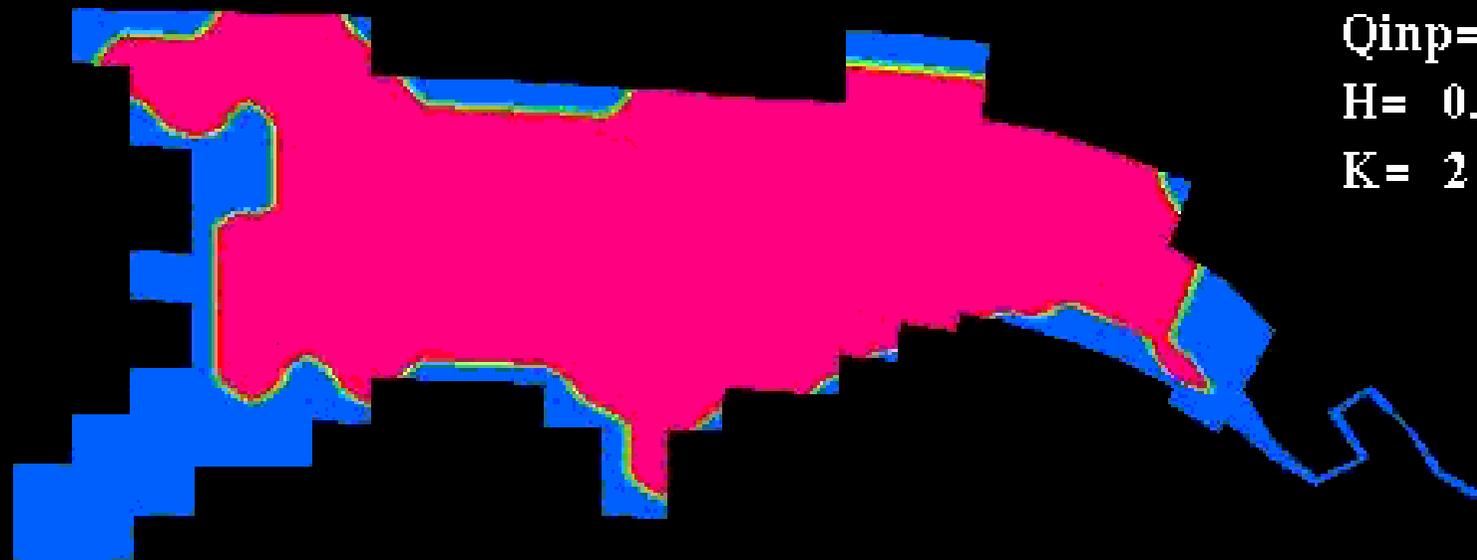
(a) Density Contour



Abashiri Lake 1994.8.6 – 1994.8.8

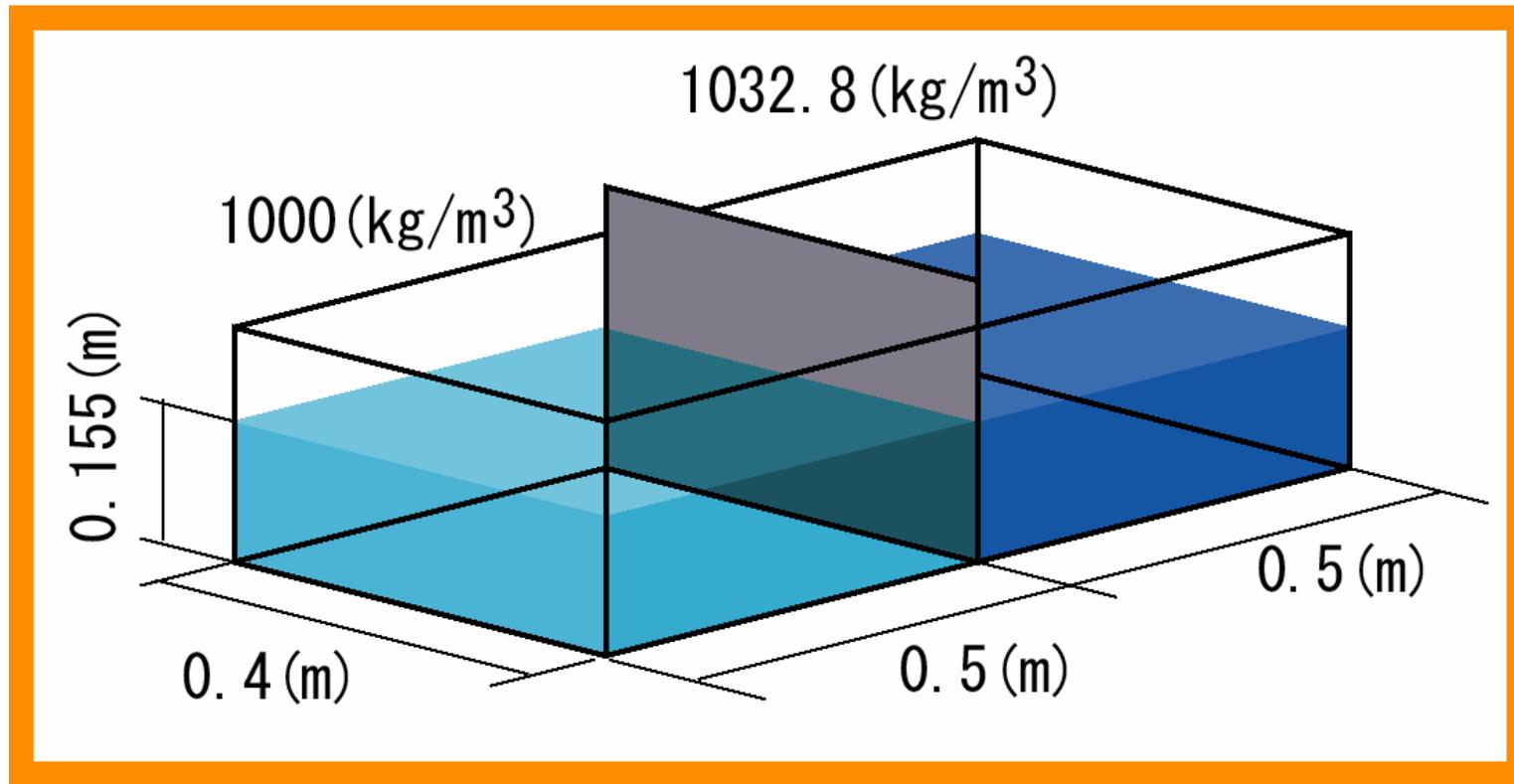
Abashiri Lake 1994.8.6 – 1994.8.8

(a) Density Contour



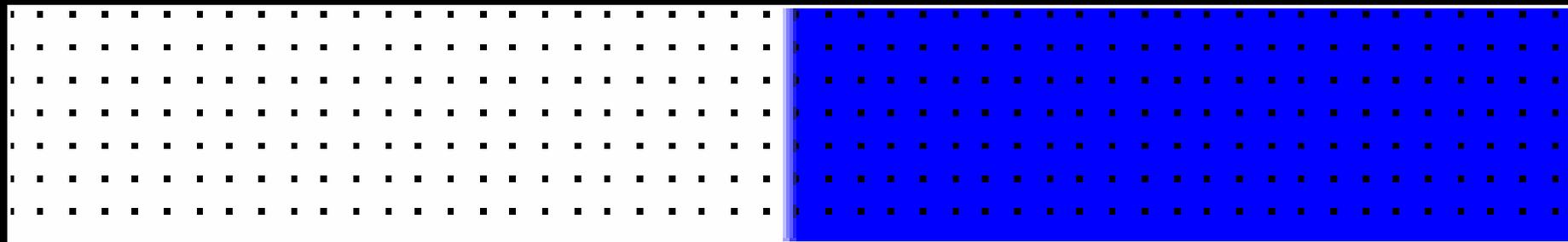
time= -4.0(hour)
Umax= 0.0000(m/s)
Qinp= 0.0(m**3/s)
H= 0.14(m)
K= 2

Initial Condition



$\nu = 0.000001(m^2 / sec)$, $D_x = D_y = 0.000002(m^2 / sec)$
non-slip condition for walls





time : 0.00000

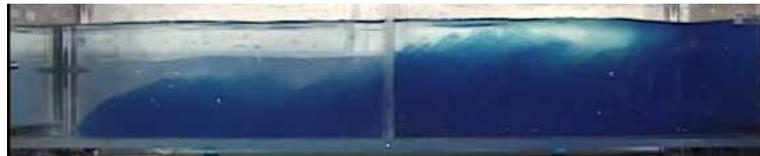
Experiment



t=0.0(sec)



t=2.1(sec)



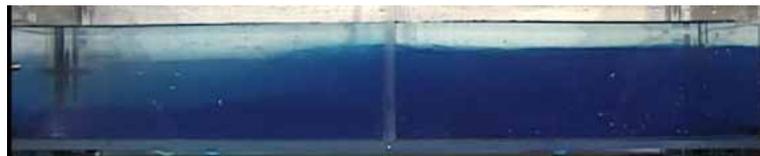
t=4.1(sec)



t=6.1(sec)

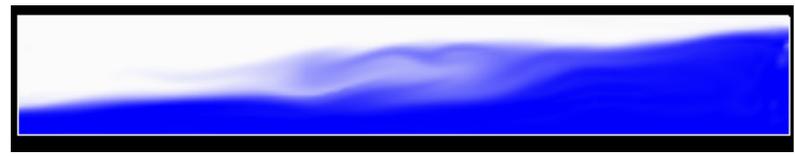
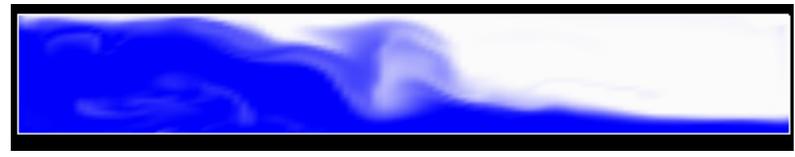
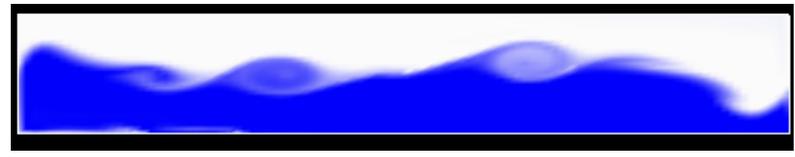
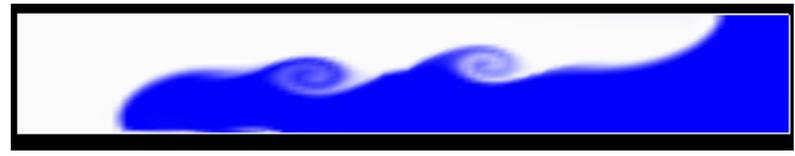
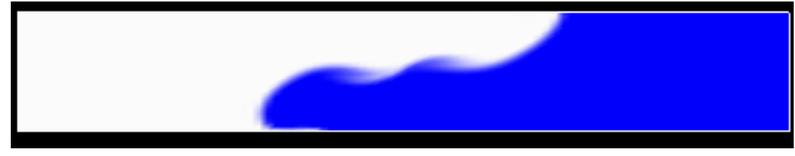


t=12.2(sec)



t=25.1(sec)

Calculation



世界中の河川の研究をやっています。

2002年

韓国・タイ・イタリア・ベルギー・オランダ
チェコ・ドイツ・カナダ・アメリカ

2003年

韓国・スペイン・オランダ・ポーランド
アメリカ・ドイツ・フィリピン

2004年

スリランカ・タイ・アメリカ・オランダ
インドネシア・イタリア・韓国・沖縄

<http://ws3-er.eng.hokudai.ac.jp/yasu>