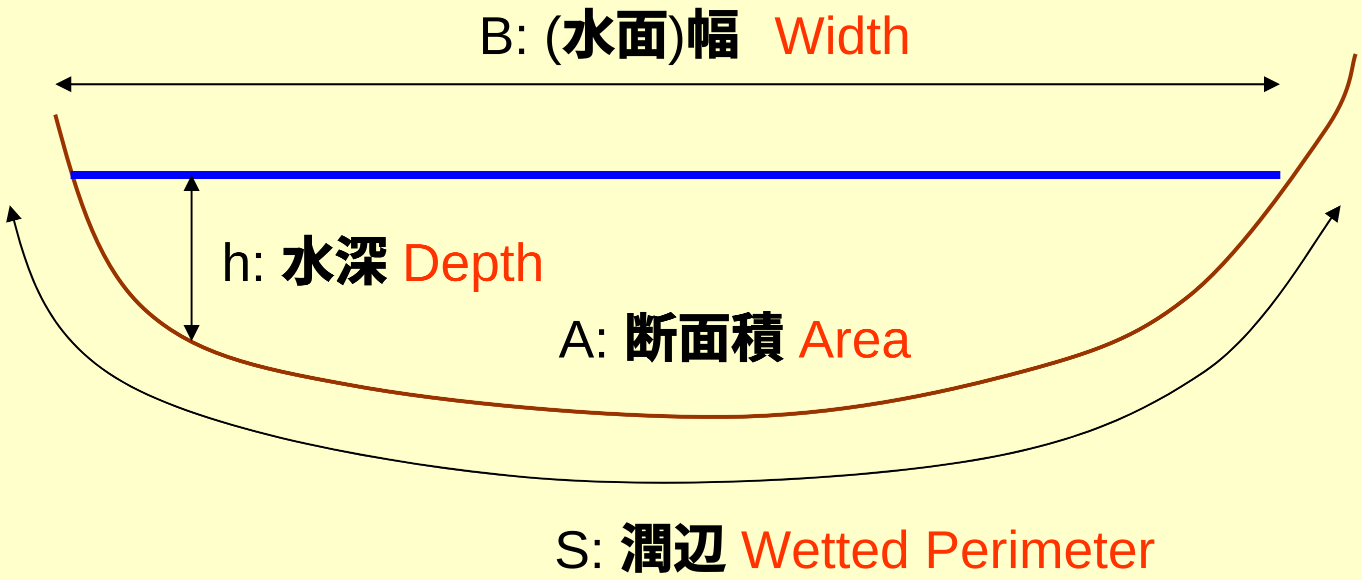
第1章　開水路の等流(Uniform flow of open channel)

1-1 開水路の流れの分類

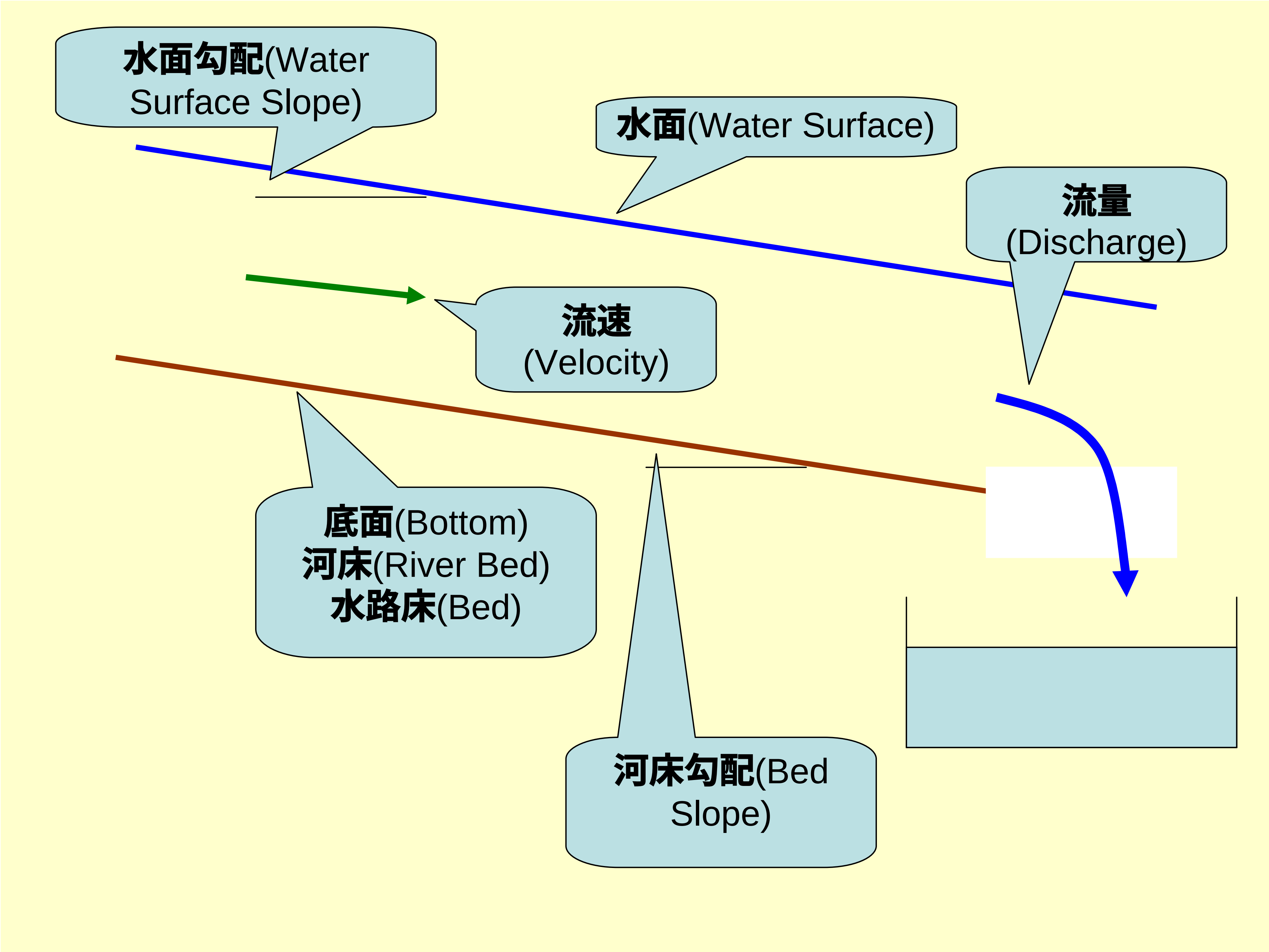
<table>
<tr><th>時間的変化</th><th>空間的変化</th><th></th></tr>
<tr><td rowspan="3">なし
定常流
Steady Flow</td><td>なし
(定常)等流
Uniform Flow</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">あり
(定常)不等流
Non-Uniform Flow</td><td>漸変流
Gradually Varied Flow</td></tr>
<tr><td>急変流
Rapidly Varied Flow</td></tr>
<tr><td rowspan="2">あり
非定常流
Unsteady Flow</td><td>なし
非定常等流
Unsteady Uniform Flow</td><td></td></tr>
<tr><td>あり
非定常不等流
Unsteady Non-uniform Flow</td><td></td></tr>
</table>

1-2 等流流れの水理

【1】 用語の定義



径深 R = A/S Hydraulic Radius



水面勾配(Water Surface Slope)
水面(Water Surface)
流量 (Discharge)
流速 (Velocity)
底面(Bottom)
河床(River Bed)
水路床(Bed)
河床勾配(Bed Slope)

底面勾配(Bed Slope) :

$$\sin\theta_b \approx \tan\theta_b = -\frac{dz}{dx} = i$$

水面勾配(Water Surface Slope):

$$\sin\theta_w \approx \tan\theta_w = -\frac{d(z+h)}{dx} = i - \frac{dh}{dx} = I$$

【2】　定常等流(通常、等流といえば定常等流をさす) とは

1. **水深、流速 (したがって流量) が時間的にも場所的にも一様な流れ**

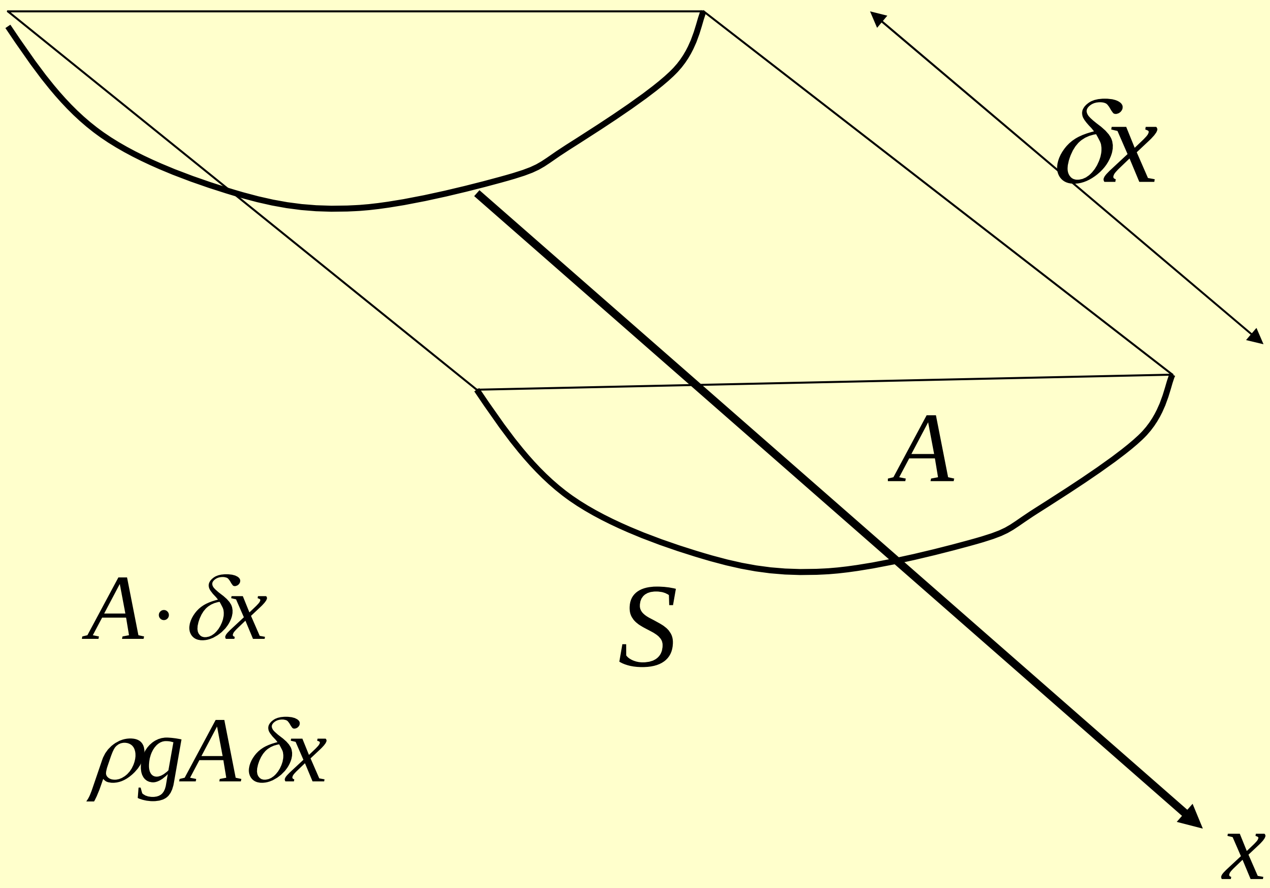
2. **したがって、**dh/dx=0, dB/dx=0, dV/dx=0, dQ/dx=0 **などが成立する。これより、　河床勾配と水面勾配が平行であることを意味する。**

3. **重力による流下力と底面 (壁面) からの摩擦力がつり合い、加速度＝0。すなわち等速運動する流れである**

【3】　等流における連続条件

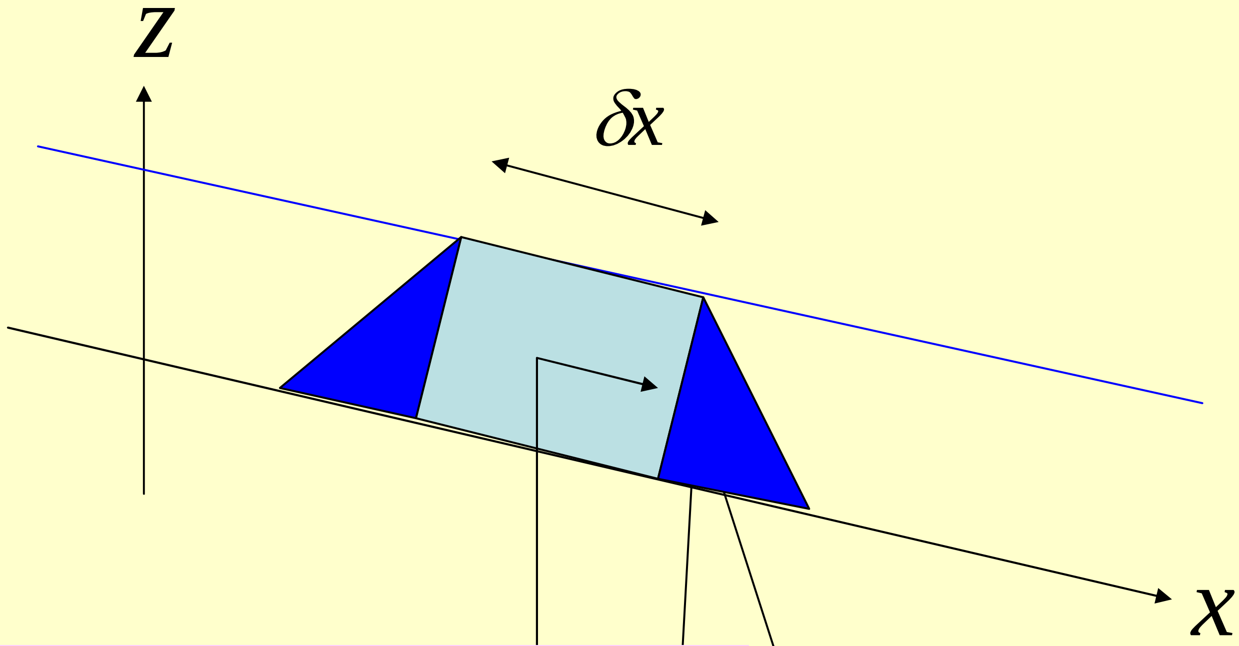
$$Q = AV = \text{const.}$$ ：流量の定義式

【4】 等流における力のつり合いと平均流速公式



体積：　$A \cdot \delta x$

重量：　$\rho g A \delta x$



水深が等しいので圧力は
同じ。したがって考えている水塊に
対する圧力差はゼロ

重力のx方向成分：$\rho g \delta x A \sin\theta$

摩擦力: $\tau_0 S \delta x$　　　τ_0 : 単位面積あたりの摩擦力

等流状態では　$\rho g A \delta x \sin\theta = \tau_0 S \delta x$

$$\boxed{\therefore\ \tau_0 = \rho g \frac{A}{S} \sin\theta = \rho g R I}$$

一方、
底面摩擦力 $\longleftrightarrow$ 流速　の関係は？

一般的には：　$V = \alpha R^{\beta} I^{\gamma}$

Chezyの公式(1775年)

$$V = C\sqrt{RI}$$

c : Chezy係数

Manningの公式(1889年)

$$V = \frac{1}{n} R^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}}$$

n : Manningの粗度係数

より理論的な式として対数流速公式がある。

詳しくは流体力学で！

$$V = (6.0 + 5.75 \log \frac{R}{k_s}) u_*$$

$$\approx 7.66 \left(\frac{R}{k_s} \right)^{\frac{1}{6}} u_* \quad \cdots \quad \text{Manning-Strickler式}$$

$k_s = $ 粗度高

$$V = 7.66 \left(\frac{R}{k_s} \right)^{\frac{1}{6}} \sqrt{gRI}$$

$$= 7.66 \frac{g^{\frac{1}{2}}}{k_s^{\frac{1}{6}}} R^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{n} R^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}}$$ ……とおいてみると ……

$$n = \frac{1}{7.66} \frac{k_s^{\frac{1}{6}}}{g^{\frac{1}{2}}}$$

$$= 0.0417 k_s^{\frac{1}{6}}$$ (m-s 単位)

すなわち、ｎはｋｓのみによって変化する。

まとめ

１． $C = \dfrac{1}{n} R^{1/6}$ の関係にある。

２． n は粗度状態により変化する（Text 下.p9)

３．Manning式は粗面水路の乱流について成立する。

４． n は$[m^{-1/3} \cdot s]$で表す約束になっている。

５．n は有効数字二桁で表す。

表－7・1　水路粗度表

水路潤辺の状態	n sec/m$^{\frac{1}{3}}$	γ	k(mm)
滑らかなセメントモルタル面，削った木板	0.010～0.014	0.06	—
削らない木板，切石，煉瓦積	0.012～0.018	0.16	—
割石積	0.025～0.035	0.46	—
コンクリート仕上げ水路	0.012～0.016	—	0.3～2.0
普通の砂利河川	0.025～0.033	1.30	※
荒れ川	0.040～0.055	1.75	—
水草繁茂甚しい河川	0.050～0.080	—	—

水理学演習（下巻） p.9 **森北出版**

表 2.2 Manning の粗度係数 n[5),20)]

水路の形式	材料および潤辺の性質	n の範囲	n の標準値
暗きょ	真ちゅう	0.009～0.013	0.010
	溶接鋼管	0.010～0.014	0.012
	リベット鋼管	0.013～0.017	0.016
	鋳鉄 塗装	0.010～0.014	0.013
	鋳鉄 塗装なし	0.011～0.016	0.014
	コルゲート鋼管（大型）	0.021～0.031	0.024
	合成樹脂	0.008～0.010	0.009
	ガラス	0.009～0.013	0.010
	モルタル	0.011～0.015	0.013
	コンクリート	0.010～0.020	0.014
	素焼き土管	0.011～0.017	0.013
	上ぐすりした土管	0.011～0.017	0.014
	れんが積み，モルタル仕上げ	0.012～0.017	0.015
	底を仕上げた下水きょ	0.016～0.020	0.019
ライニングした水路	鋼，塗装なし，平滑	0.011～0.014	0.012
	モルタル	0.011～0.015	0.013
	木，かんな仕上げ	0.012～0.018	0.015
	コンクリート，コテ仕上げ	0.011～0.015	0.015
	コンクリート，底面砂利	0.015～0.020	0.017
	石積み，モルタル目地	0.017～0.030	0.025
	空石積み	0.023～0.035	0.032
	アスファルト，平滑	0.013	0.013
ライニングなし水路	土，直線，等断面水路	0.016～0.025	0.022
	土，直線水路，雑草あり	0.022～0.033	0.027
	砂利，直線水路	0.022～0.030	0.025
	岩盤直線水路	0.025～0.040	0.035
自然水路	整正断面水路	0.025～0.033	0.030
	非常に不整正な断面，雑草，立木多し	0.075～0.150	0.100

水理公式集
P13
土木学会編

【問題】 豊平川は i =1/200, h = 3m, B = 200m, n=0.03**である。**
等流状態だとすると平均流速を求めよ。

$$S = 2h + B = 2\times 3 + 200 = 206\ \text{(m)}$$

$$A = 3\times 200 = 600(\text{m}^2)$$

$$R = \frac{A}{S} = \frac{600}{206} = 2.91(\text{m})$$

$$V = \frac{1}{n}R^{2/3}i^{1/2} = \frac{1}{0.03}\times 2.91^{2/3}\times(1/200)^{1/2} = \boxed{4.80(\text{m/sec})}$$

または、

$B >> h$ より、広い長方形断面と見なせる。

よって、

$$R \approx h$$

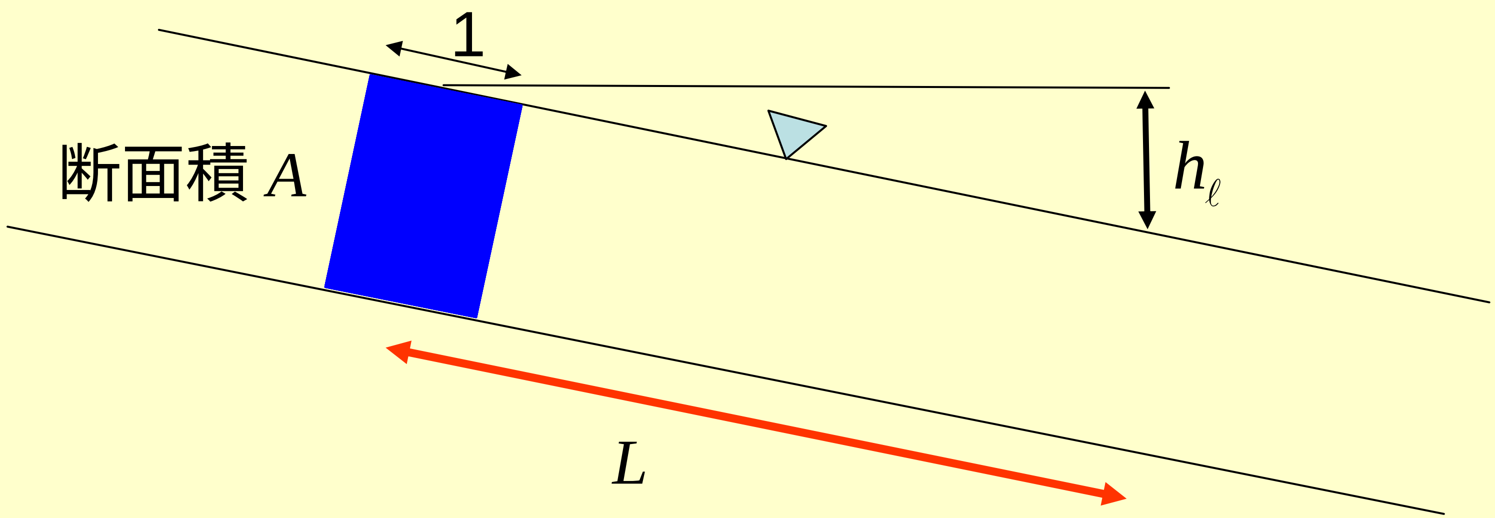
$$V = \frac{1}{n}h^{2/3}i^{1/2} = \frac{1}{0.03}\times 3^{2/3}\times(1/200)^{1/2} = \boxed{4.90(\text{m/sec})}$$

ほぼ
同じ！

１－３　エネルギー概念（損出水頭）との関連

(Text 4.1 下p128～141)

[1] 損出水頭と摩擦力



A・1の水柱がLの距離を動く間に失った位置エネルギー

$$= (\rho g A \cdot 1) \cdot h_\ell$$

流れの底面せん断力が底面に対してなす仕事

$$= \tau_0 SL$$

両者等しいとすると。。。

両者等しいとおいて、

$$\rho g A h_\ell = \tau_0 S L$$

等流なので

$$\tau_0 = \rho g \frac{A}{S}\frac{h_\ell}{L} = \rho g R I_f = \rho g R I = \rho g R i$$

摩擦勾配、
損失勾配

$$\frac{\tau_0}{\rho} = g R I_f = u_*^2$$

u_*：摩擦速度
（せん断力を速度の
次元で表したもの）

$$I_f = \frac{\tau_0}{\rho g R} = \frac{u_*^2}{g R}$$

【2】平均流速公式と損失勾配

Chezy, Manning, 対数公式を与えて I_f を表す。

Chezy公式では $$I_f = \frac{V^2}{C^2 R}$$

Manning公式では $$I_f = \frac{n^2 V^2}{R^{\frac{4}{3}}}$$

対数公式では $$I_f = \frac{V^2}{(6.0 + 5.75 \log \frac{R}{k_s})^2 gR}$$

1-4 流量を与えて等流水深を求める

Text 7.2.2 (下) p12～19

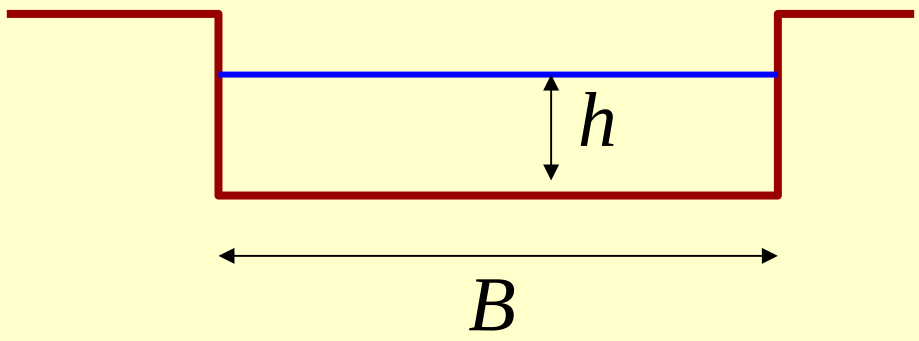
[1] 広長方形断面水路における等流水深

① Manning 式を使うと

$$Q = Bh\frac{1}{n}h^{2/3}I^{1/2} = B\frac{1}{n}h^{5/3}I^{1/2}$$

$$\therefore h = \left(\frac{nQ}{B\sqrt{I}}\right)^{3/5}$$

$$R \approx h$$



②対数式を使うと

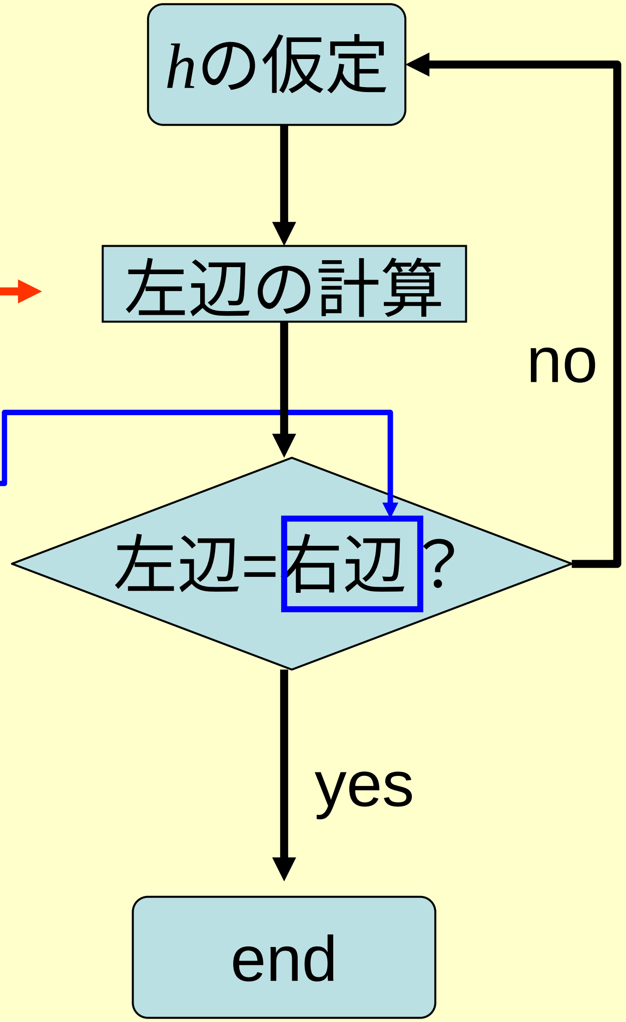
$$Q = Bh\left(6.0 + 5.75\log\frac{h}{k_s}\right)\sqrt{ghI}$$

$$= B\sqrt{gI}\left(6.0 + 5.75\log\frac{h}{k_s}\right)h^{3/2}$$

したがって、

$$\boxed{\left(6.0 + 5.75\log\frac{h}{k_s}\right)h^{3/2}} = \boxed{\frac{Q}{B\sqrt{gI}}}$$

となり陽な形で解けない。



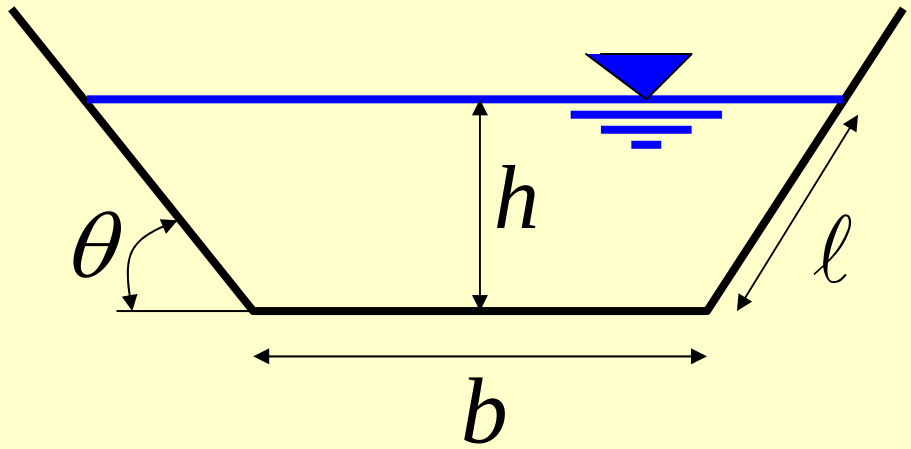
近似式(Manning Strickler式)を使うと

$$7.66\left(\frac{h}{k_s}\right)^{\frac{1}{6}} h^{\frac{3}{2}} = \frac{Q}{B\sqrt{gI}}$$

$$7.66 k_s^{-\frac{1}{6}} \cdot h^{\frac{5}{3}} = \frac{Q}{B\sqrt{gI}}$$

$$\therefore h = \left(\frac{k_s^{\frac{1}{6}} Q}{7.66 B\sqrt{gI}} \right)^{\frac{3}{5}}$$

[2] 台形断面水路における等流水深



$$A = bh + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{\tan\theta}$$

$$S = b + 2\ell = b + 2\frac{h}{\sin\theta}$$

$$\therefore R = \frac{bh + h^2/\tan\theta}{b + 2h/\sin\theta}$$

$$Q = AV = A\frac{1}{n}R^{\frac{2}{3}}I^{\frac{1}{2}}$$

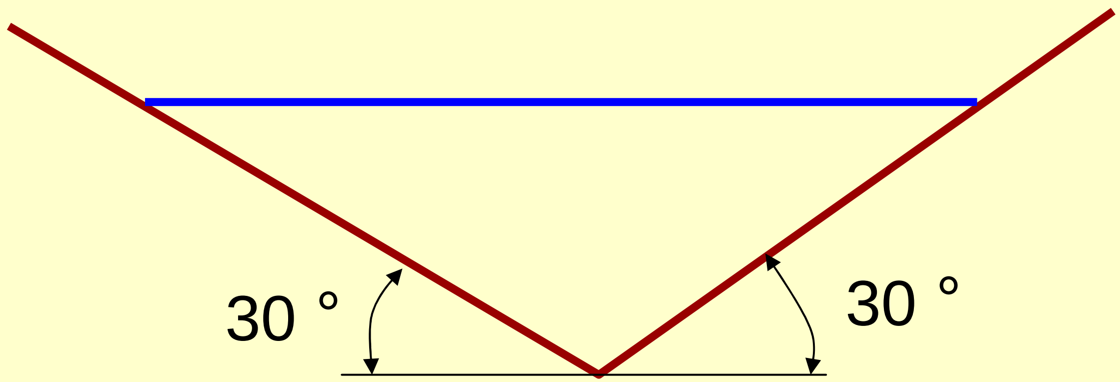
$$= (bh + h^2/\tan\theta)\frac{1}{n}\left(\frac{bh + h^2/\tan\theta}{b + 2h/\sin\theta}\right)^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}}$$

→ 繰り返し計算！

【問題１】勾配1/500, 幅10mの長方形断面水路に流量2m³/sの水が流れている。n=0.025のとき等流水深はいくらか？

$$h=\left(\frac{nQ}{B\sqrt{I}}\right)^{\frac{3}{5}}=\left(\frac{0.025\times 2}{10\sqrt{1/500}}\right)^{\frac{3}{5}}=0.267\text{(m)}\quad \ll \quad 10\text{(m)}$$

【問題２】勾配1/900の図のような三角形断面水路の流量2m³/sの水を流したい。深さをどのくらいに設計すればよいか？　ただしn=0.025とする。



台形断面の式で、b=0、θ=30°として、

$$Q=8=\frac{h^2}{\tan 30^\circ}\frac{1}{0.015}\left(\frac{h^2/\tan 30^\circ}{2h/\sin 30^\circ}\right)^{\frac{2}{3}}\left(\frac{1}{900}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$=\sqrt{3}h^2\frac{1}{0.015}\left(\frac{\sqrt{3}}{4}h\right)^{\frac{2}{3}}\frac{1}{30}=\frac{\sqrt{3}}{30\times 0.015}\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^{\frac{2}{3}}h^{\frac{8}{3}}$$

$$\therefore h=\left\{\frac{30\times 0.015\times 8}{\sqrt{3}}\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^{\frac{2}{3}}\right\}^{\frac{3}{8}}=1.62 \quad \text{(m)}$$

１－５　水理学的に有利な断面 Text 7.2.3, (下)p20～21

底面勾配 i 、断面積 A 、粗度係数 n が与えられた場合に流量 Q を最も多く流しうる断面を水理学的に有利な断面という。

この条件は、

$$Q = \frac{1}{n} R^{\frac{2}{3}} i^{\frac{1}{2}} A$$

$$\frac{\partial Q}{\partial h} = \frac{1}{n} i^{\frac{1}{2}} A R^{-\frac{1}{3}} \frac{\partial R}{\partial h} = 0$$

すなわち、$\frac{\partial R}{\partial h} = 0$ (Rが最大)より、求められる。

または、$\frac{\partial R}{\partial h} = \frac{\partial}{\partial h}\left(\frac{A}{S}\right) = -\frac{A}{S^2}\frac{\partial S}{\partial h} = 0$

すなわち、$\frac{\partial S}{\partial h} = 0$($S$が最小)より求められる。

この式から
も明らか

S（潤辺）が最
小＝抵抗が最も
少ない。

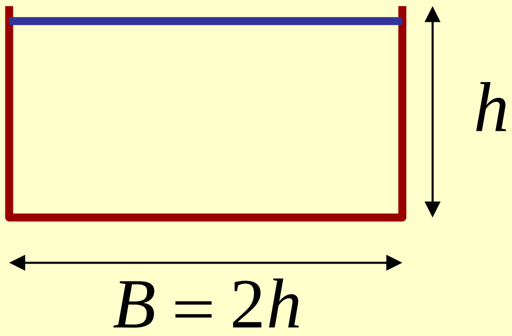
①長方形断面では、

$$S = B + 2h \qquad \boxed{A = Bh}$$

$$= \frac{A}{h} + 2h$$

$$\frac{\partial S}{\partial h} = -\frac{A}{h^2} + 2 = -\frac{Bh}{h^2} + 2 = 0$$

$\therefore B = 2h$ のとき有利な断面となる。



②台形断面では、

$$S = b + \frac{2h}{\sin\vartheta} = \frac{1}{h}\left(A - \frac{h^2}{\tan\vartheta}\right) + \frac{2h}{\sin\vartheta}$$

$$\frac{\partial S}{\partial h} = -\frac{A}{h^2} - \frac{1}{\tan^2\vartheta} + \frac{2}{\sin\vartheta}$$

$$= -\frac{1}{h^2}\left(bh + \frac{h^2}{\tan\vartheta}\right) - \frac{1}{\tan\vartheta} + \frac{2}{\sin\theta}$$

$$= -\frac{b}{h} - \frac{2}{\tan\theta} + \frac{2}{\sin\theta} = 0$$

$$\frac{b}{h} = -\frac{2}{\tan\vartheta} + \frac{2}{\sin\vartheta}$$

$$= 2\frac{1-\cos\vartheta}{\sin\vartheta}$$

$$\cos\vartheta = \cos^2\frac{\vartheta}{2} - \sin^2\frac{\vartheta}{2} = 1 - 2\sin^2\frac{\vartheta}{2}$$

$$1 - \cos\vartheta = 2\sin^2\frac{\vartheta}{2}$$

$$= 2\frac{2\sin^2\frac{\vartheta}{2}}{2\sin\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}} = 2\tan\frac{\vartheta}{2}$$

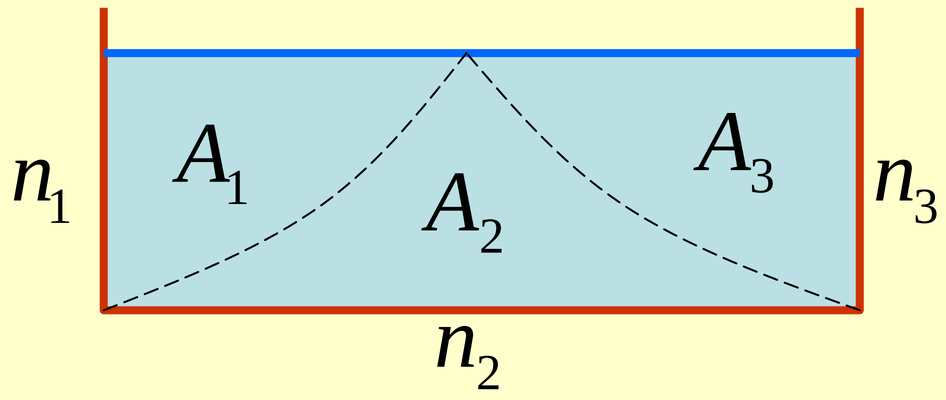
よって　$b = 2h\tan\frac{\vartheta}{2}$ において有利な断面となる。

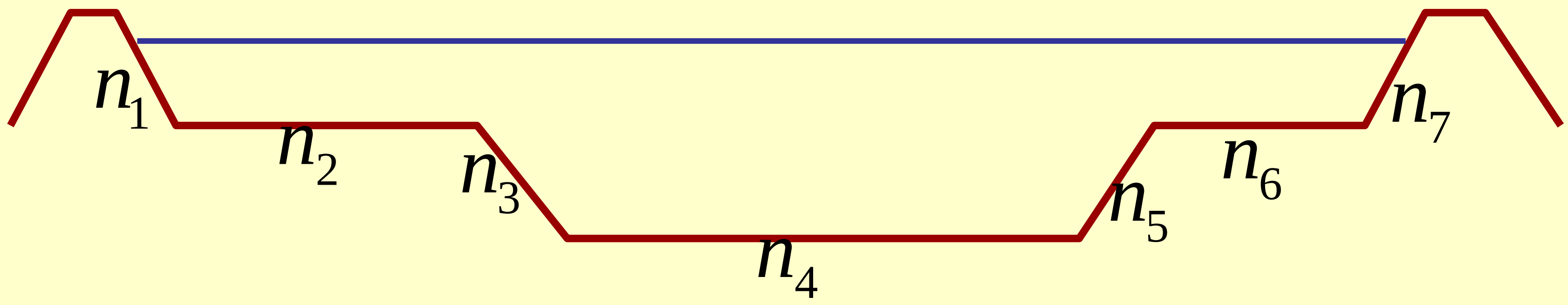
１－６ 合成粗度係数　Text 7.2.4 (下)p21～24

潤辺が異なる粗度を持つとき、全体として粗度は、どうなるか？

札内川


厚別川2003.8洪水

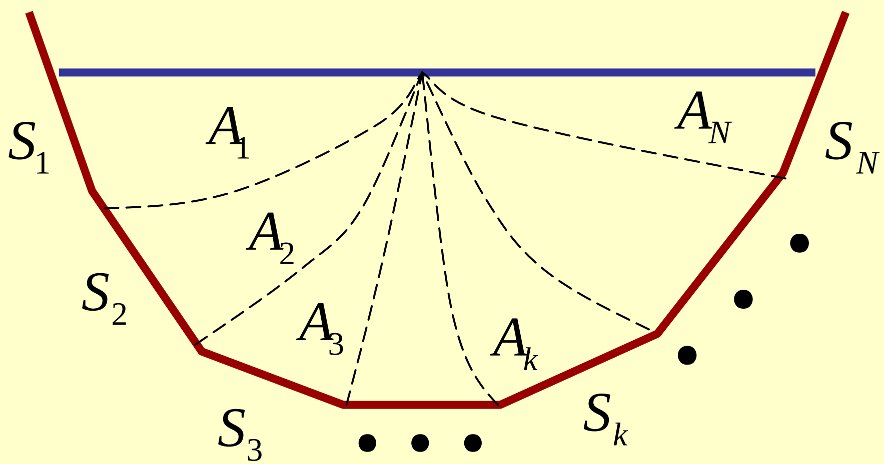




各潤辺が支配する断面に区分し、
断面内の各所で流速が等しく V であると
考える。

$$R_1=\frac{A_1}{S_1},\quad R_2=\frac{A_2}{S_2},\quad R_3=\frac{A_3}{S_3},$$

$$\cdots,R_k=\frac{A_k}{S_k},\cdots\cdots,R_N=\frac{A_N}{S_N}$$



$S=\sum_{k=1}^{N}S_k,\quad A=\sum_{k=1}^{N}A_k$ およびManning式を使って、

$$V=\frac{1}{n_1}\left(\frac{A_1}{S_1}\right)\cancel{I^{\frac{1}{2}}}=\frac{1}{n_2}\left(\frac{A_2}{S_2}\right)\cancel{I^{\frac{1}{2}}}=\frac{1}{n_3}\left(\frac{A_3}{S_3}\right)\cancel{I^{\frac{1}{2}}}=\cdots=\frac{1}{n_k}\left(\frac{A_k}{S_k}\right)\cancel{I^{\frac{1}{2}}}=\cdots=\frac{1}{n_K}\left(\frac{A_K}{S_K}\right)\cancel{I^{\frac{1}{2}}}=\frac{1}{n}\left(\frac{A}{S}\right)\cancel{I^{\frac{1}{2}}}$$

各辺を $I^{\frac{1}{2}}$で割って$\dfrac{3}{2}$乗すると、

$$\frac{A_1}{n_1^{\frac{3}{2}}S_1}=\frac{A_2}{n_2^{\frac{3}{2}}S_2}=\frac{A_3}{n_3^{\frac{3}{2}}S_3}=\cdots=\frac{A_k}{n_k^{\frac{3}{2}}S_k}=\cdots\frac{A_N}{n_N^{\frac{3}{2}}S_N}=\frac{A}{n^{\frac{3}{2}}S}$$

合比の理より

$$\sum_{k=1}^{N}n_k^{\frac{3}{2}}S_k=n^{\frac{3}{s}}S$$

$$\therefore n=\left(\frac{\sum_{k=1}^{N}n_k^{\frac{3}{2}}S_k}{S}\right)^{\frac{2}{3}}$$